



گزینه ۳

۱

اگر این سیاره را x فرض کنیم:

$$\begin{cases} R_x = 3R_e \\ M_x = 9M_e \end{cases} \Rightarrow \frac{GmM_e}{(3R_e + R_e)^2} = \frac{GmM_x}{(2R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{M_e}{(4R_e)^2} = \frac{M_x}{(2R_e + h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M_e}{16R_e^2} = \frac{9M_e}{(2R_e + h)^2} \Rightarrow (2R_e + h)^2 = 16 \times 9R_e^2 \Rightarrow 2R_e + h = 12R_e \Rightarrow h = 10R_e$$

گزینه ۲

۲

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 4 + 3 = 11 \text{ m/s}$$

$$P = mv \Rightarrow 49/5 = m \times 11 \Rightarrow m = 4/5 \text{ kg}$$

گزینه ۴

۳

نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره از رابطه $F = \frac{GMm}{r^2}$ به دست می‌آید، دقت کنید که در این رابطه، r برابر با فاصله ماهواره تا مرکز زمین ($r = r' + R$) است. با استفاده از اطلاعات روی نمودار می‌توان نوشت:

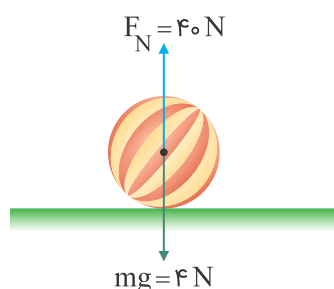
$$F = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_1=R, r_2=R+r_1} \frac{\frac{4}{9}F_1}{F_1} = \left(\frac{R}{R+r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{R}{R+r'} \Rightarrow 2R + 2r' = 3R \Rightarrow r' = \frac{R}{2}$$

شتاب گرانش با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد. بنابراین:

$$\frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{r_1=R_e+\frac{R_e}{2}, r_2=R_e+R_e} \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{2R_e}{\frac{3}{2}R_e}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

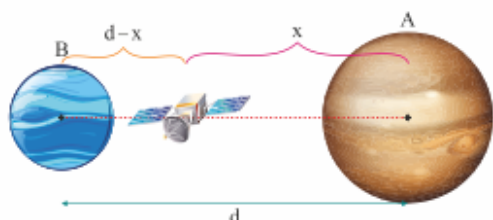
نیروهای وارد بر جسم در حین برخورد آن با سطح زمین به شکل زیر است. در نتیجه نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:



$$F_{\text{net}} = F_N - mg = 40 - 4 = 36 \text{ N}$$

به کمک قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{\text{net}} \cdot \Delta t = 36 \times 0.5 = 18 \text{ N}$$



$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{Gm_A m}{x^2} = \frac{Gm_B m}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{16}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \\ \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{d-x} \Rightarrow 4d - 4x = x \Rightarrow 4d = 5x \Rightarrow x = \frac{4d}{5}$$

$$K_2 = K_1 + 0.69K_1 = 1.69K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1/3$$

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{1/3 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -66.67\%$$

جهت سرعت اولیه و نهایی خودرو برعکس یکدیگر است، یعنی اگر سرعت اولیه را مثبت در نظر بگیریم، سرعت ثانویه منفی است:

$$v_1 = 108 \text{ km/h} \xrightarrow{\div 3.6} v_1 = 30 \text{ m/s}$$

$$v_2 = -36 \text{ km/h} \xrightarrow{\div 3.6} v_2 = -10 \text{ m/s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{1200 \times (-10 - 30)}{0.2}$$

$$\Rightarrow F_{av} = -240000 \text{ N} = -240 \times 10^3 \text{ N} \Rightarrow |F_{av}| = 240 \text{ kN}$$

رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی به صورت $K = \frac{P^2}{2m}$ است. با افزایش ۲۱ درصدی انرژی جنبشی، مقدار آن از K_1 به $1.21K_1$ می‌رسد. بنابراین:

$$\frac{K_2}{K_1} = 1.21 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{11}{10} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_2 = 1.1P_1$$

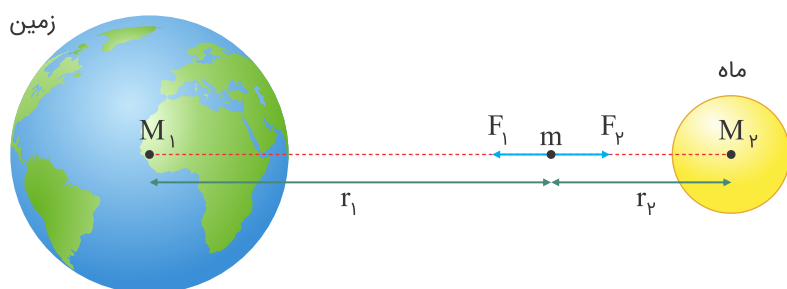
درصد افزایش تکانه برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{1.1P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = 10\%$$

$$\Delta v = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m/s}$$

$$\vec{F}_{net} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \Rightarrow F_{net} \times 0.3 = 0.6 \times 10 \Rightarrow F_{net} = 20 \text{ N}$$

با رسم یک شکل مناسب به این تست پاسخ می‌دهیم.



$$F_1 = 9F_2 \Rightarrow \frac{GM_1 \times m}{r_1^2} = 9 \left(\frac{GM_2 \times m}{r_2^2} \right)$$

$$\xrightarrow{M_1 = 81M_2} \frac{81}{r_1^2} = 9 \times \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 3$$

نکته: چون جرم جسم در هر دو طرف رابطه وجود دارد، تأثیری بر پاسخ تست ندارد.

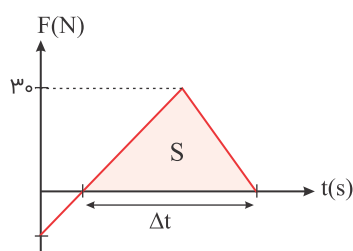
$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m\Delta \vec{V}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{av} \cdot \Delta t = m\Delta \vec{V}$$

در هنگام تماس توپ با زمین، نیروهای وزن و عمود بر سطح بر جسم وارد می‌شود، پس داریم:

$$F_{net} = F_N - mg = F_N - 5, \quad \Delta v = 8 - (-10) = 18 \text{ m/s}$$

$$(F_N - 5) \times 0.1 = 5/10 \times 18 \Rightarrow F_N = 95 \text{ N}$$

سطح زیر نمودار نیرو- زمان برابر با $m\Delta v$ است.



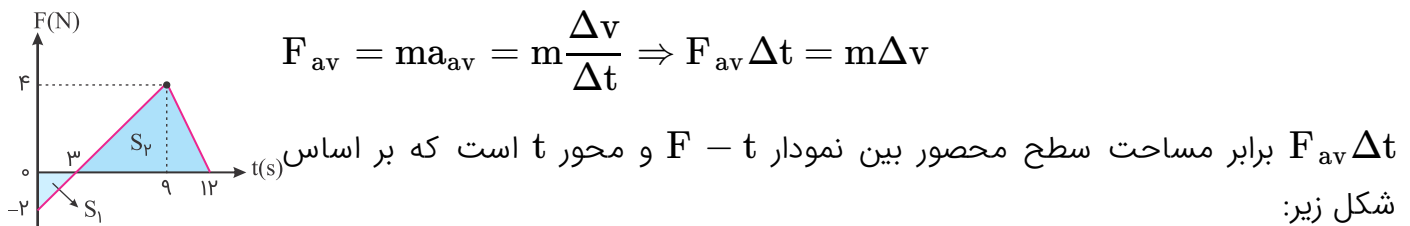
$$F_{av} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{30 \times \Delta t}{2 \Delta t} = 15 \text{ (N)}$$

$$p_1 = mv_1 = 2/5 \times 12 = 30 \text{ kg.m/s}$$

چون تکانه جسم افزایش یافته پس نیرو در جهت حرکت جسم وارد شده است.

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{60 - 30}{\Delta t} = 10 \Rightarrow \Delta t = 3s$$

بر اساس قانون دوم نیوتون:



$$S = -S_1 + S_2 = \frac{-2 \times 3}{2} + \frac{4 \times (18 - 3)}{2} \Rightarrow S = -3 + 18 = 15$$

$$m \Delta v = 15 \Rightarrow \frac{200}{1000} \times (v - 0) = 15 \Rightarrow v = 75 \text{ m/s}$$

شتاب جاذبه یک سیاره را بر حسب چگالی و شعاع آن به دست می‌آوریم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \xrightarrow[M=\rho V]{V=\frac{4}{3}\pi R^3} g = \frac{G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

حالا داریم:

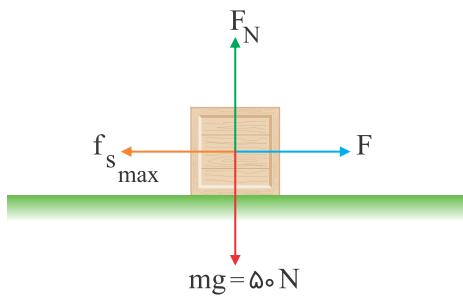
$$g = \frac{4}{3}\pi G\rho R \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

شتاب گرانش و نیروی گرانشی با مربع فاصله از مرکز زمین رابطه وارون دارد.

$$\frac{mg_h}{mg_o} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{81}{100}mg}{mg} = \left(\frac{6400}{6400 + h} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{9}{10} = \frac{6300}{6300 + h} \Rightarrow h = 700 \text{ km}$$

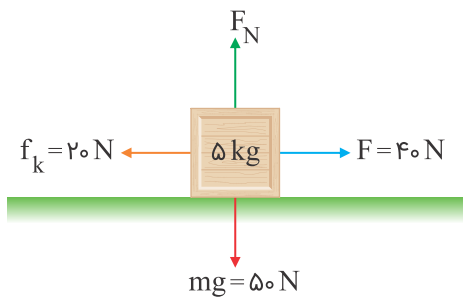
در اولین گام، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین جسم و سطح را محاسبه می‌کنیم:



$$f_{s \max} = F_N \cdot \mu_s \xrightarrow{F_N = mg = 50 \text{ N}} f_{s \max} = 50 \times 0.6 = 30 \text{ N}$$

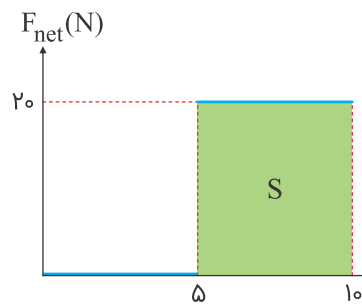
طبق نمودار نیرو- زمان، در ۵ ثانیه اول، نیروی وارد بر جسم ۲۰ N است و چون این نیرو، کمتر از $f_{s \max} = 30 \text{ N}$ است، در این بازه، جسم حرکت نکرده و شتاب آن و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما در ۵ ثانیه دوم، نیرو بزرگتر از $f_{s \max}$ می‌باشد و جسم حرکت می‌کند. در این بازه اصطکاک از نوع جنبشی است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_k = F_N \cdot \mu_k = 50 \times 0.4 = 20 \text{ N}$$



$$F_{\text{net}} = F - f_k = 40 - 20 = 20 \text{ N}$$

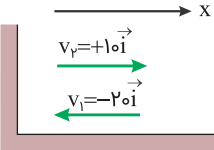
حالا می‌توان نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم کرد، تغییر تکانه جسم برابر با مساحت زیر نمودار $F_{\text{net}} - t$ است:



حالا می‌توان نیروی خالصی وارد بر جسم را در ۱۰ ثانیه اول محاسبه کرد:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ N}$$

با استفاده از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ ، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر توپ را به دست می‌آوریم.



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i = +3\hat{i} \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = 3\text{ m/s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{0.1 \times 3}{0.2} = 15\text{ N}$$

$$t = 0 \Rightarrow P = 2\text{ kg.m/s}$$

$$t = 2 \Rightarrow P = 14\text{ kg.m/s} \Rightarrow \Delta P = 14 - 2 = 12\text{ kg.m/s}$$

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{12}{4} = 3\text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3}{2} = 1.5\text{ m/s}^2$$